

Universidade Federal de Uberlândia
Curso de Licenciatura em Matemática

Ensino de Matemática por meio de problemas

*Douglas Marin
Lúcio Borges de Araújo*



UFU

2016

Marin, Douglas; Araújo, Lúci Borges.

Ensino da Matemática por meio de Problemas. Douglas Marin,
Lúcio Borges de Araújo. Uberlândia, MG : UFU, 2016.

77p.:il.

ISBN:....

1. Ensino
2. Resolução de Problemas
3. Educação Matemática

Reitor

Elmiro Santos Resende

Coordenador UAB/CEAD/UFU

Maria Teresa Menezes Freitas

Conselho Editorial

Carlos Rinaldi - UFMT

Carmen Lucia Brancaglion Passos - UFScar

Célia Zorzo Barcelos - UFU

Eucidio Arruda Pimenta - UFMG

Ivete Martins Pinto - FURG

João Frederico Costa Azevedo Meyer - UNICAMP

Marisa Pinheiro Mourão - UFU

Edição

Centro de Educação a Distância

Comissão Editorial - CEAD/UFU

Diagramação

Equipe CEAD/UFU

PRESIDENTE DA REPÚBLICA
Michel Temer

EQUIPE DO CENTRO DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA DA UFU - CEaD/UFU

MINISTRO DA EDUCAÇÃO
José Mendonça Bezerra Filho

ASSESSORA DA DIRETORIA
Sarah Mendonça de Araújo

UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
DIRETORIA DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA/CAPES
Carlos Cezar Modernel Lenuzza

EQUIPE MULTIDISCIPLINAR
Alberto Dumont Alves Oliveira
Dirceu Nogueira de Sales Duarte Júnior
Gustavo Bruno do Vale
João Victor da Silva Alves
Otaviano Ferreira Guimarães

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA - UFU
REITOR
Valder Steffen Jr.

SETOR DE FORMAÇÃO CONTINUADA
Marisa Pinheiro Mourão

VICE-REITOR
Eduardo Nunes Guimarães

REVISORA
Paula Godoi Arbex

CENTRO DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA
DIRETORA E REPRESENTANTE UAB/UFU
Maria Teresa Menezes Freitas

**EQUIPE DE ESTAGIÁRIOS DO CEAD
E DO CURSO DE MATEMÁTICA**

SUPLENTE UAB/UFU
José Benedito de Almeida Júnior

FACULDADE DE MATEMÁTICA – FAMAT – UFU
DIRETOR
Luís Antonio Benedetti

COORDENADOR DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA – PARFOR
Fabiana Fiorezi de Marco Matos

COORDENAÇÃO DE TUTORIA
Janser Moura Pereira

SUMÁRIO

SUMÁRIO	5
INFORMAÇÕES	6
SOBRE OS AUTORES.....	7
INTRODUÇÃO	8
AGENDA	10
MÓDULO 1	14
1 - Introdução	16
1.1 - Agenda Módulo	18
1.2 - Aspectos históricos da resolução de problemas	19
Atividade 1 - Leitura Complementar.....	25
Saiba Mais	26
Atividade 2 - Fórum de ideias	26
Atividade 3 - Elabore um texto para responder o problema seguinte.....	27
Atividade 4 - Crie um problema.....	27
Atividade 5 - Fórum de dúvidas.....	28
1.3 - Referências	28
MÓDULO 2	30
2.1 - Introdução	32
2.1.1 - Agenda Módulo	34
2.2 - Aspectos Teóricos da resolução de problemas	35
2.2.1 - Conceituando	35
Atividade 6 - Fórum De Ideias.....	35
2.3 - A Resolução de problemas na formação do professor de Matemática	36
Atividade 7 - Identificando as etapas de Polya	40
2.4. A Resolução de problemas como uma metodologia de ensino de Matemática	41
Saiba Mais	43
Atividade 8 - Leitura Complementar.....	44
Atividade 9 - Fórum de ideias	44
Atividade 10 - Crie um problema.....	45
Atividade 11 - Fórum de dúvidas.....	45
2.5 - Referências	46

MÓDULO 3	48
3.1 - Introdução	50
3.1.1- Agenda do Módulo.	51
3.2 – Aspectos teóricos da resolução de problemas por meio das fases de Polya	52
3.2.1 - Conceituando	52
Atividade 12 - Fórum de ideias	53
3.3 - Uma Breve Biografia De George Polya	53
Atividade 13 - Vídeo sobre uma biografia de Polya	54
3.4 - Trabalhando as fases de Polya para resolução de problemas	55
Atividade 14 - Vídeo sobre as fases para resolução de problemas de Polya	55
Atividade 15 - Vídeo sobre etapas para resolução de problemas Matemáticos.....	57
3.5 - Problemas.....	57
3.6 - Respostas.....	61
Atividade 16 - Resolva	61
Saiba Mais	61
Atividade 17 - Fórum de dúvidas.....	62
3.7 - Referências	62
 MÓDULO 4	 64
4.1 - Introdução	66
4.1.1- Agenda do Módulo	68
4.2- A Resolução de problemas como uma metodologia de ensino de Matemática	69
Atividade 18 - Leitura Complementar	71
Atividade 19 - Fórum de ideias	72
Atividade 20 - Tarefa	73
Atividade 21 - Fórum de ideias	73
Atividade 22 - Leitura Complementar	74
Atividade 23- Resolva o problema do E.	75
Saiba Mais	75
Atividade 24- Elabore Problemas	76
Atividade 25 - Fórum de dúvidas.....	76
4.3 - Referências	77

INFORMAÇÕES

Prezado(a) aluno(a),

Ao longo deste guia impresso você encontrará alguns “ícones” que lhe ajudará a identificar as atividades.

Fique atento ao significado de cada um deles, isso facilitará a sua leitura e seus estudos.



Destacamos alguns termos no texto do Guia cujos sentidos serão importantes para sua compreensão. Para permitir sua iniciativa e pesquisa não criamos um glossário, mas se houver dificuldade interaja no *Fórum de Dúvidas*.

SOBRE OS AUTORES

Douglas Marin é licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP), Campus de São Paulo, doutorando em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), Campus de Rio Claro, e mestre pela mesma instituição. Desde 2000 é professor, tendo ministrado aulas em escolas públicas e particulares e em instituições de ensino superior e básica. Atualmente é professor da Universidade Federal de Uberlândia (UFU). Suas pesquisas são desenvolvidas no campo da Educação Matemática.

Lúcio Borges de Araújo é licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia (UFU), mestrado e doutorado em Estatística e Experimentação Agronômica pela Universidade de São Paulo, Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiróz” (USP/ESALQ). Nos anos 2007 e 2008 foi professor Universidade Estadual “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Campus de Botucatu. Desde 2009 é professor da Universidade Federal de Uberlândia (UFU). Suas pesquisas são desenvolvidas na área de Estatística.

INTRODUÇÃO

Olá, estudante!

É um prazer tê-lo (a) conosco. Seja bem-vindo (a) à disciplina Ensino de Matemática por meio de Problemas, oferecida ao Curso de Licenciatura em Matemática no contexto do Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (PARFOR/UFU).

Esperamos que esta disciplina possa auxiliá-lo (a) no entendimento acadêmico sobre as relações do professor com sua prática de sala de aula, e que o(a) auxilie a se embrenhar pelos caminhos no ensinar Matemática, despertando o desejo de se constituir um(a) professor(a) conectado(a) ao dia a dia da sala de aula.

Neste Guia de Estudos da disciplina Ensino de Matemática por meio de Problemas, ministrada no Curso de Licenciatura em Matemática a Distância, oferecido pela Universidade Federal de Uberlândia, você será convidado(a):

Capacitar o futuro professor para o exercício de uma importante metodologia de ensino da Matemática, *“o ensino através de problemas”*, tornando-o um agente crítico quanto ao uso desta metodologia.

Habilitar o aluno a formular, discutir e resolver problemas para o ensino e aprendizagem de Matemática.

Esta disciplina, com carga horária de 75h, está dividida em quatro módulos. A proposta do módulo 1, além de convidá-lo a discutir e elaborar problemas discutiremos alguns aspectos históricos sobre a Resolução de Problemas no contexto nacional e internacional. Em relação ao módulo 2, você será convidado a discutir e elaborar problemas com a resolução de problemas por meio de uma metodologia de ensino para o ensino de Matemática e, por fim, nos módulos 3 e 4, iremos discutir e elaborar problemas e resolver problemas.

Para o desenvolvimento dos conteúdos, os módulos estão organizados por meio dos seguintes materiais didáticos:

1. Guia de Estudos;
2. Ambiente Virtual de Aprendizagem – Moodle;

3. Materiais complementares, como web, leituras de textos e vídeos.

Como forma de dedicação à disciplina, sugerimos que distribua o seu tempo no decorrer das semanas de estudos, com base na carga horária de 75 horas da disciplina, distribuídas em 8 semanas. Assim, sugerimos reservar por volta de 20 horas de estudo para cada módulo, entre o estudo deste guia e a realização das atividades propostas e leituras complementares.

Adotaremos uma abordagem de avaliação formativa, ou seja, você será avaliado durante todo o processo de aprendizagem. As atividades serão desenvolvidas no Ambiente Virtual de Aprendizagem *Moodle* conforme o calendário do curso.

Organize-se e procure se dedicar da melhor forma possível às atividades referentes a esta disciplina. É importante destacar que, ao concluir esta disciplina, você será capaz de discutir conceitos e entender mais sobre o trabalho com a Resolução de Problemas elaborados pelos professores, e que você tenha subsídios para executar suas habilidades de criação na elaboração de problemas para serem utilizados em sala de aula.

Caso tenha dúvidas não deixe de buscar auxílio com o professor da disciplina, o monitor tanto presencial como a distância.

Desejamos-lhe sucesso em sua caminhada!!!!

Os autores



AGENDA

Módulo 1 - Aspectos históricos da resolução de problemas	ATIVIDADE	DESENVOLVIMENTO DO CONTEÚDO	AVALIAÇÃO
	Leitura do Guia de estudos	Leitura do Guia de Estudos	
	Atividade 1 – Leitura Complementar	Leitura do artigo: Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo da Professora Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic.	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 3,0 pontos
	Atividade 2 – Fórum de ideias	Refletir sobre o que é problema? E, o que é Resolução de Problemas?	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 2,0 pontos
	Atividade 3 – Elaborar um texto.	Elaborar um texto para explicar como você trabalharia a Resolução de Problemas, em sala de aula, para ensinar matemática?	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 2,0 pontos
	Atividade 4 – Crie um problema.	Criar um problema usando como tema um dos eixos dos PCN.	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 3,0 pontos
	Atividade 5 – Fórum de Dúvidas	Participe do Fórum de dúvidas.	

ATIVIDADE	DESENVOLVIMENTO DO CONTEÚDO	AVALIAÇÃO
Leitura do Guia de estudos	Leitura do Guia de Estudos	
Atividade 6 – Fórum de ideias	Refletir sobre Metodologia? Ensino? Aprendizagem? Avaliação?	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 2,0 pontos
Atividade 7 – Identificando as Etapas de Polya	Selecione um problema e destaque as fases proposta por Polya.	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 2,0 pontos
Atividade 8 – Leitura Complementar	Leitura do artigo: Trabalhar através da Resolução de Problemas: possibilidades em dois diferentes contextos da Professora: ALLEVATO, N. S. G.	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 2,0 pontos
Atividade 9 – Fórum de ideias	Reflexões sobre a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas.	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 2,0 pontos
Atividade 10 – Crie um Problema	Criar um problema.	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 2,0 pontos
Atividade 11 – Fórum de Dúvidas	Participe do Fórum de dúvidas.	

Módulo 3: A resolução de problemas por meio das heurísticas.	ATIVIDADE	DESENVOLVIMENTO DO CONTEÚDO	AVALIAÇÃO
	Leitura do Guia de estudos	Leitura do Guia de Estudos	
	Atividade 12 – Fórum de ideias	Refletir sobre Heurística?	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 2,0 pontos
	Atividade 13 – Vídeo Básico	Biografia de Polya.	Essa atividade não será avaliada.
	Atividade 14 – Vídeo Básico	As fases de resolução de problemas de Polya	Essa atividade não será avaliada.
	Atividade 15 – Vídeo Básico	Resolução de problemas matemáticos	Essa atividade não será avaliada.
	Atividade 16 – Resolva	Resolver os problemas propostos usando as fases de Polya.	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 8,0 pontos
	Atividade 17 – Fórum de Dúvidas	Participe do Fórum de dúvidas.	

ATIVIDADE	DESENVOLVIMENTO DO CONTEÚDO	AVALIAÇÃO
Leitura do Guia de estudos	Leitura do Guia de Estudos	
Atividade 18 – Leitura Complementar	Leitura de Artigo	Essa atividade não será avaliada
Atividade 19 – Fórum de Ideias	Discussões	Essa atividade não será avaliada.
Atividade 20 – Tarefa	Entrega de Atividade	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 2,0 pontos
Atividade 21 – Fórum de Ideias	Discussões	Essa atividade não será avaliada.
Atividade 22 – Leitura Complementar	Leitura de Dissertação	Essa atividade não será avaliada.
Atividade 23 – Problema do E	Resolva o Problema do E	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 2,0 pontos
Atividade 24 – Elabore Problemas	Criar problemas	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 6,0 pontos
Atividade 25 - Fórum de Dúvidas	Participe do Fórum de dúvidas.	

MÓDULO 1

Aspectos Históricos da Resolução de Problemas

“Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema”
(POLYA, 1944, p.v).

1. Introdução

1.1. Agenda do módulo 1

1.2. Aspectos históricos da Resolução de Problemas.

1.3. Referências

ASPECTOS HISTÓRICOS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

1 - Introdução

Neste guia de estudo em que trataremos sobre o Ensino de Matemática por meio de Problemas é salutar informá-los que estaremos totalmente nos baseando nos artigos, dissertações, teses e livros publicados pelo Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP).

Esse grupo tem registrado que a partir de 1989 iniciou as suas reuniões discutindo e elaborando inferências no ensino de Matemática via a Resolução de Problemas para a sala de aula e tudo que foi publicado pelos seus membros retratam essas experiências.

Esse grupo é orientado pela professora Lourdes de La Rosa Onuchic que desde 1989 quando iniciou suas reuniões vem discutindo e elaborando inferências no ensino de Matemática via a Resolução de Problemas para a sala de aula e tudo que foi publicado pelos seus membros retratam essas experiências. Os membros desse grupo são alunos e ex- alunos de mestrado, doutorado e professores de Matemática da região de Rio Claro.

O GTERP está abrigado nas dependências do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP - Campus de Rio Claro localizado no estado de São Paulo.

Nesta disciplina, O Ensino de Matemática por meio de Problemas, tem como objetivo:

- Capacitar o futuro professor para o exercício de uma importante metodologia de ensino da Matemática, “*o ensino através de problemas*”, tornando-o um agente crítico quanto ao uso desta metodologia.
- Habilitar o aluno a formular, discutir e resolver problemas para o ensino e aprendizagem de Matemática.

A proposta desse módulo, além de convidá-lo a discutir e elaborar problemas discutiremos alguns aspectos históricos sobre a Resolução de Problemas no contexto nacional e internacional.

Para o desenvolvimento deste módulo será necessário que você esteja atento às atividades da agenda do módulo que está inicialmente disponível no Ambiente Virtual de Aprendizagem *Moodle*. Será também necessário que você utilize recursos da *Web* para a realização de algumas atividades e atenda às orientações deste Guia de Estudo.

Organize-se para que tudo transcorra com tranquilidade e não deixe de realizar as atividades que auxiliarão a sanar dúvidas e compreender a potencialidade da Resolução de Problemas para a formação do professor de matemática.

Todas as atividades previstas são importantes e a realização das mesmas denota **presença** e compromisso com a disciplina. Lembre-se sempre que não basta conseguir pontuação (60) para aprovação. Você deve explicitar o seu compromisso e presença (participação em todas as atividades independente de serem avaliativas).

Utilizaremos neste módulo os seguintes materiais: Material didático; Ambiente Virtual de Aprendizagem *Moodle*; *Web*.

Para que as atividades sejam realizadas com tranquilidade e com êxito sugerimos que você dedique pelo menos três horas de seu tempo, distribuídas, ao longo desse módulo, entre estudo do material didático, leituras obrigatórias, pesquisa na *web* e atividades no Ambiente Virtual de Aprendizagem *Moodle*.

Teremos neste primeiro módulo dez pontos distribuídos no processo de avaliação formativa em quatro atividades. No que segue, apresentamos a Agenda do Módulo 1 para ajudá-lo na organização de seu tempo.

ANOTAÇÕES



1.1 - Agenda do Módulo

Módulo 1 - Aspectos históricos da resolução de problemas	ATIVIDADE	DESENVOLVIMENTO DO CONTEÚDO	AVALIAÇÃO
	Leitura do Guia de estudos	Leitura do Guia de Estudos	
	Atividade 1 – Leitura Complementar	Leitura do artigo: Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo da Professora Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic.	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 3,0 pontos
	Atividade 2 – Fórum de ideias	Refletir sobre o que é problema? E, o que é Resolução de Problemas?	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 2,0 pontos
	Atividade 3 – Elaborar um texto.	Elaborar um texto para explicar como você trabalharia a Resolução de Problemas, em sala de aula, para ensinar matemática?	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 2,0 pontos
	Atividade 4 – Crie um problema.	Criar um problema usando como tema um dos eixos dos PCN.	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 3,0 pontos
	Atividade 5 - Fórum de Dúvidas	Participe do Fórum de dúvidas.	

TABELA 1: AGENDA DO MÓDULO 1

1.2 - Aspectos históricos da resolução de problemas

Resolver problemas está presente no cotidiano e na vida das pessoas, em especial, problemas de matemática têm ocupado um lugar central no currículo da matemática escolar desde a Antiguidade. A história nos mostra que registros de problemas matemáticos são encontrados em diferentes culturas como egípcia, chinesa e grega.

No entanto, pesquisadores de diferentes regiões do mundo têm mostrado que o ensino de matemática é caracterizado por um “trabalho apoiado na repetição, no qual o recurso à memorização de fatos básicos era considerado importante”. (ALLEVATO E ONUCHIC, 2009, p.3.).

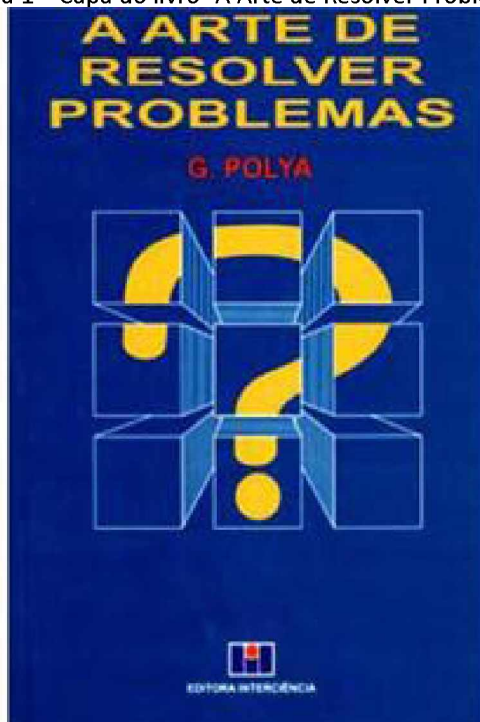
Nos bancos escolares o trabalho por problemas se assemelha muito a isso de modo que alguém criava um problema, o resolvia, apresentava sua solução e depois oferecia uma lista de problemas do mesmo tipo para serem resolvidos da mesma forma. Problemas, em livros-texto de Matemática dos séculos XIX, XX e até nos dias de hoje, podem ser encontrados, trabalhados com a mesma ênfase. (ONICHIC, 1999).

O ensino de matemática foi caracterizado como um conjunto de fatos e conceitos que deveriam ser memorizados pelos alunos. Para o Onuchic e Allevato (2004) o conhecimento matemático era apresentado pelo domínio de procedimentos algorítmicos obtidos por rotina ou por exercício mental.

Neste modelo a resolução de problemas foi influenciada pela aplicação mecânica dos algoritmos e dos procedimentos, no qual se praticava os conhecimentos que dominavam. Com o passar do tempo esta estrutura mostrou-se insuficiente para atender as expectativas da sociedade em relação ao ensino de matemática desenvolvido nas escolas em todos os níveis, tornando necessário repensar o ensino de matemática.

No momento em que se tem a necessidade de romper com esta estrutura de ensino, surge os trabalhos de George Polya (1944) como uma referência enfatizando a importância da descoberta e de levar o aluno a pensar por meio da resolução de problemas. Em seu livro *A Arte de Resolver Problemas*, veja na figura 1, a capa dessa obra, afirma: “Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema”. (POLYA, 1944, p.v). Em 1949 ele escreveu que resolver problemas é realização específica da inteligência e que, se a educação não contribui para o desenvolvimento da inteligência, ela está obviamente incompleta.

Figura 1 – Capa do livro “A Arte de Resolver Problemas”



Fonte: Livro “A Arte de Resolver de Problemas”

Nas décadas de sessenta e setenta, o ensino de matemática, no Brasil e em outros países do mundo, foi influenciado por um movimento de renovação conhecido como Matemática Moderna.

Onuchic (1999) salienta que essa reforma que, como as outras, não contou com a participação de professores de sala de aula, deixava de lado as anteriores. Apresentava uma matemática apoiada em estruturas lógica, algébrica, topológica e de ordem, e enfatizava a teoria dos conjuntos. Realçava muitas propriedades, tinha preocupações excessivas com abstrações matemáticas e utilizava uma linguagem universal, precisa e concisa. Nessa reforma o ensino era trabalhado com um excesso de formalização, distanciando-se das questões práticas. Para as pesquisadoras Onuchic e Allevato (2005), essas reformas não tiveram o sucesso esperado.

Concomitante a isso, no início da década de setenta, tiveram início investigações sistêmicas sobre resolução de problemas e suas implicações curriculares.

A importância dada à resolução de problemas é, portanto, recente e somente nessa década é que os educadores matemáticos passaram a aceitar a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas merecia mais atenção. A caracterização da Educação Matemática em termos de resolução de problemas reflete uma tendência de reação a caracterizações passadas, que a configuravam enfatizando a memorização de um conjunto de fatos, o domínio de

procedimentos algorítmicos ou um conhecimento a ser obtido por rotina ou por exercício mental. No fim dos anos setenta, a resolução de problemas emerge, ganhando espaço no mundo inteiro. (ALLEVATO E ONUCHIC, 2009, p.5).

Em 1976, no 3º Congresso Internacional de Educação Matemática, em Karlsruhe, Alemanha, a Resolução de Problemas se constituiu num dos temas de trabalho para o congresso. (ONUCHIC, ALLEVATO, 2011)

Discussões no campo da Educação Matemática no Brasil e no mundo mostram a necessidade de se adequar o trabalho escolar às novas tendências que podem levar a melhores formas de se ensinar e aprender matemática.

A partir da década de 1980, começa um desenvolvimento intenso do trabalho, em torno da Resolução de Problema, em virtude das incoerências apresentadas anteriormente. As diversas concepções das pessoas e dos grupos com relação ao significado da Resolução de Problemas em ser o foco da Matemática Escolar, conforme havia sido recomendado, para os anos 80, no documento: *Uma Agenda para a Ação* (NCTM, 1980).

Com o surgimento deste documento, emergem, então, ideias sobre a possibilidade de considerar a Resolução de Problemas como um meio de ensinar Matemática. Nessa época, elas vieram associadas à retomada das ideias do construtivismo, segundo as quais os estudantes não mais são considerados como recipientes vazios a serem preenchidos, através da aprendizagem, como informações fragmentadas e desconexas. Antes, são seres pensantes aos quais se devem proporcionar, através do ensino, oportunidades de interpretar situações ou problemas e de relembrar conhecimentos anteriores a fim de construir novos conhecimentos. (ONUCHIC e ALLEVATO, 2004).

Para Onuchic (1999) a resolução de problemas deve ser adotada como uma metodologia de ensino, no sentido de que:

O problema é olhado como um elemento que pode disparar um processo de construção do conhecimento. Sob esse enfoque, problemas são propostos ou formulados de modo a contribuir para a formação dos conceitos antes do mesmo de ser a apresentação em linguagem matemática formal (p.207).

A autora recomenda que o ensino de Matemática deva ocorrer em um ambiente caracterizado pela investigação, e que essa deve ser orientada pela Resolução de Problemas. Segundo esse enfoque o ponto de partida das atividades matemáticas, deixa de ser a definição e passa a ser o problema, de forma que a “Resolução de Problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem,

mas como orientação para a aprendizagem” (ONUCHIC, 1999, p.215).

Ao final da década de 1980, os pesquisadores passam a discutir sobre as estratégias e modelos utilizados no desenvolvimento do Ensino através das novas reformas. É importante deixar claro que os estudos na década de 1980 não buscavam solução para problemas, e sim, desenvolver o Ensino da Matemática através da Resolução de Problemas, dando ênfase às novas estratégias para o desenvolvimento do mesmo.

As pesquisas realizadas a respeito da Resolução de Problemas obtiveram o conhecimento dos pesquisadores de que apesar de muitos alunos saberem resolver problemas muito bem e com bastante facilidade, ainda sim, a grande maioria não sabia e não compreendia a Matemática. Na verdade, os alunos não conseguiam conciliar de forma significativa estes novos símbolos e propriedades diversas que faziam parte desta “nova” Matemática.

Desde o início da década de 1990 vem ocorrendo um grande progresso no Ensino da Matemática, o qual pode caracterizar como uma revolução. Foi nesta época também que foram publicados pelo NCTM; nos Estados Unidos; os seguintes documentos:

- Curriculum and Evaluation for School Mathematics (1989);
- Professional Standards for Teaching Mathematics (1991);
- Assessment Standards for School Mathematics (1995);

Estes “Standards” foram projetados para auxiliar a professores, coordenadores, supervisores, e enfim a todos que estavam envolvidos no Ensino-Aprendizagem da Matemática, de modo a desenvolverem um melhor currículo para o Ensino da Matemática.

Nos Estados Unidos, a partir de 1995 começou uma verdadeira guerra Matemática, pois houve muitas críticas aos “Standards” apresentados pelo NCTM. Após algum tempo, sendo aplicadas às idéias defendidas nos Standards, o NCTM trabalhando as críticas e sugestões recebidas durante a aplicação dessas idéias já propostas, produziu um novo “Standards”, o qual ficou conhecido como “Standards 2000” (Principles and Standards for School Mathematics).

Para Onuchic (2004), os “Standards 2000” apresentam seis Princípios a serem seguidos dentro de seu trabalho: Equidade, Currículo, Ensino, Aprendizagem, Avaliação e Tecnologia, sendo que estes princípios precisam estar profundamente ligados aos programas da Matemática escolar.

Sendo assim, foram apresentados também cinco Padrões de Conteúdo: Números e Ope-

rações (Aritmética), Álgebra, Geometria, Medida e Análise de Dados e Probabilidade (Estatística), os quais descrevem explicitamente o conteúdo que os alunos devem aprender. Os outros cinco padrões são Padrões de Processo: Resolução de Problemas, Raciocínio e Prova, Comunicação, Conexões e Representação, que realçam os caminhos de se adquirir e usar o conhecimento do conteúdo trabalhado.

As pesquisadoras Allevato e Onuchic (2009, p. 5) destacam Schroeder e Lester (1989) quando apresentam

três caminhos diferentes de abordar resolução de problemas que ajudam a refletir sobre essas diferenças: teorizar sobre resolução de problemas; ensinar a resolver problemas; e ensinar matemática através da resolução de problemas. O professor que ensina sobre resolução de problemas procura ressaltar o modelo de Polya ou alguma variação dele. Ao ensinar para resolver problemas, o professor se concentra na maneira como a matemática é ensinada e o quê dela pode ser aplicado na resolução de problemas rotineiros e não rotineiros. Nessa visão, a proposta essencial para aprender matemática era a de ser capaz de usá-la.

Ainda, sob os olhares dessas pesquisadoras com todas essas recomendações de ação, os pesquisadores passaram a questionar o ensino e o efeito de estratégias e modelos, e a discutir as perspectivas didático-pedagógicas da resolução de problemas. Ela passa a ser pensada como uma metodologia de ensino, como um ponto de partida e um meio de se ensinar matemática.

A Resolução de Problemas, como uma metodologia de ensino, se torna o lema das pesquisas e estudos em Resolução de Problemas para os anos 1990. Esta nova visão de ensino-aprendizagem de Matemática se apoia, especialmente, nos estudos desenvolvidos pelo NCTM, que culminaram com a publicação dos *Standards 2000*, oficialmente *Princípios e Padrões para a Matemática Escolar* (NCTM, 2000). A Resolução de Problemas é destacada como um dos padrões de processo para o ensino de Matemática, e o ensino através da resolução de problemas é fortemente recomendado. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005)

No Brasil, alguns trabalhos na linha de resolução de problemas, produzidos por estudiosos brasileiros e estrangeiros, têm sido usados como referência em experiências e práticas de formação de professores, e em novas pesquisas voltadas a todos os níveis de ensino.

De acordo com Allevato e Onuchic (2009)

,apoiados em ideias dos *Standards* do NCTM, foram criados os PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, 1998, 1999), que apontam o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles, como um dos propósitos do ensino de Matemática; indicam a resolução de problemas como ponto de partida das atividades matemáticas e discutem caminhos para se fazer matemática na sala de aula. (p. 5)

Assim, a partir de uma síntese de fatos históricos apresentados por pesquisadores na área que trata a Resolução de Problemas, trouxemos a você, um panorama de como se iniciou os trabalhos sob essa linha de estudo ao longo nos anos no cenário nacional e internacional.

Com isso identificamos que os desafios de se trabalhar a Resolução de Problemas como um caminho para se aprender matemática em sala de aula requer mudanças na postura do professor, na seleção e elaboração de problemas, a aprendizagem colaborativa, entre outras.

No final dessa disciplina esperamos que tenhamos depositado em você uma chama de mudança e inovação para influenciá-lo em seu trabalho no ensino e aprendizagem da matemática mostrando novos caminhos através da Resolução de Problemas.

ANOTAÇÕES



Para um aprofundamento sobre Resolução de Problemas destacamos os seguintes textos:

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V.(org.). **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-220

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de ma-

temática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (orgs). **Educação Matemática - pesquisa em movimento**. 2.ed. São Paulo: Cortez, 2005. p. 213-231

ANOTAÇÕES



ATIVIDADE 1 - LEITURA COMPLEMENTAR



Para auxiliá-lo em outras visões e um aprofundamento da resolução de problemas deixamos para você, a leitura do artigo: **Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo da Professora Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic**. Acesse o texto em <http://www2.rc.unesp.br/gterp/sites/default/files/artigos/lourdes.pdf> (Acesso em 18 - 12-2014)

ANOTAÇÕES





SAIBA MAIS

Para um aprofundamento sobre os aspectos históricos da Resolução de Problemas destacamos o seguinte texto:

- MORAIS, Rosilda dos Santos; ONUCHIC, L. R. Um abordagem histórica da Resolução de Problemas. In: Onuchic, Lourdes de la Rosa; Allevato, N. S.; Noguti, F. C.; Justulin, A. M.. (Org.). Resolução de Problemas - Teoria e Prática. 1ªed. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2014, v. 1, p. 17-34

ANOTAÇÕES



ATIVIDADE 2 - FÓRUM DE IDEIAS

Depois do estudo desse material até o momento, recomendamos e refletindo que você está terminando o curso de Licenciatura em Matemática, e cursou diferentes disciplinas, entre elas o Estágio, o convidamos a refletir e expor para todos:

- Pra você, o que é um problema? O que é Resolução de Problemas?



2. Socialize com o grupo-classe, via Ambiente Virtual de Aprendizagem, no *Fórum de Ideias*, o que registrou, discutindo as questões que julgar mais relevantes para nosso trabalho nesta disciplina.

ATIVIDADE 3 - ELABORE UM TEXTO PARA RESPONDER O PROBLEMA SEGUINTE

TB



Elabore um texto de no mínimo uma página e no máximo três para explicar como você trabalharia a Resolução de Problemas, em sala de aula, para ensinar matemática. Sugerimos que você desenvolva seu raciocínio usando algum dos Temas dos PCN.

ANOTAÇÕES



PARE

PP

ATIVIDADE 4 - CRIE UM PROBLEMA

Com o intuito de prepará-lo para os desafios que ainda virão pela frente, deixamos essa atividade a você:

Crie um problema com base nos seguintes temas: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação. Como perceberam esses temas tratase dos eixos do PCN.

ANOTAÇÕES



ATIVIDADE – 5: FÓRUM DE DÚVIDAS

Não se trata de uma atividade avaliativa, mas um espaço para discussão sobre as atividades propostas e suas indagações a respeito desse **módulo** e que serão muito importantes para o acompanhamento do próximo.



1.3 - REFERÊNCIAS



ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. . Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. Boletim GEPEM, v. 55, p. 133-154, 2009.

BRASIL. MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** [?] 1º, 2º, 3º e 4º ciclos, Ensino Médio: Matemática. Brasília, 1997, 1998, 1999.

DANTE, L.R. Didática da Resolução de Problemas de Matemática, 12 ed. São Paulo: Editora Ática, 1999. 176p.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS MATHEMATICS. An Agenda for Action. Reston: NCTM, 1980.

_____. Curriculum and EVALUATION STANDARDS FOR SCHOOL MATHEMATICS. Reston: NCTM, 1989.

_____. Setting Research Agenda. Reston: NCTM, 1991.

_____. Assessment Standards for School Mathematics. Reston: NCTM, 1995.

_____. Principles and Standards for School Mathematics, Reston: NCTM, 2000.

MORAIS, R. S.; ONUCHIC, L. R. . **Um abordagem histórica da Resolução de Problemas.** In: Onuchic, Lourdes de la Rosa; Allevato, N. S.; Noguti, F. C.; Justulin, A. M.. (Org.). *Resolução de Problemas - Teoria e Prática*. 1ªed. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2014, v. 1, p. 17-34.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. IN: BICUDO, M. A. V. *Pesquisa em Educação Matemática*. São Paulo: Editora UNESP, 1999. cap12, p.199-220.

ONUCHIC, L.R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). *Educação Matemática* - pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p 213-231.

POLYA, George. *A arte de Resolver Problemas*. Tradução. Heitor Lisboa de Araújo. Interciência, 1978. 179p.

SCHROEDER, T.L.; LESTER Jr, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P.R.; SHULTE, A. P. (eds.) **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston, VA: NCTM, 1989. p. 31-42.

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (ed.). **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving**. Virginia: Laurence Erlbaum Associates, 1989. p. 1-23.

“Problema é tudo aquilo que não sabemos solucionar e que estamos interessados em buscar a solução” (ONUCHIC, 1999, p.5)

MÓDULO 2

A Resolução de Problemas como uma Metodologia de Ensino: aspectos teóricos

2.1- Introdução

2.1.1- Agenda do módulo.

2.2- Aspectos teóricos da Resolução de Problemas

2.2.1 - Conceituando

2.3- A Resolução de Problemas na formação do professor de Matemática

2.4- A Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino de Matemática

2.5- Referências

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO UMA METODOLOGIA DE ENSINO: ASPÉCTOS TEÓRICOS

2.1 - Introdução

Neste guia de estudo em que trataremos sobre o Ensino de Matemática por meio de Problemas é salutar informá-los que estaremos totalmente nos baseando nos artigos, dissertações, teses e livros publicados pelo Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP).

Esse grupo tem registrado que a partir de 1989 iniciou as suas reuniões discutindo e elaborando inferências no ensino de Matemática via a Resolução de Problemas para a sala de aula e tudo que foi publicado pelos seus membros retratam essas experiências.

Esse grupo é orientado pela professora Lourdes de La Rosa Onuchic que desde 1989 quando iniciou suas reuniões vem discutindo e elaborando inferências no ensino de Matemática via a Resolução de Problemas para a sala de aula e tudo que foi publicado pelos seus membros retratam essas experiências. Os membros desse grupo são alunos e ex- alunos de mestrado, doutorado e professores de Matemática da região de Rio Claro.

O GTERP está abrigado nas dependências do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP - Campus de Rio Claro localizado no estado de São Paulo.

Nesta disciplina, O Ensino de Matemática por meio de Problemas, tem como objetivo:

- Capacitar o futuro professor para o exercício de uma importante metodologia de ensino da Matemática, *“o ensino através de problemas”*, tornando-o um agente crítico quanto ao uso desta metodologia.
- Habilitar o aluno a formular, discutir e resolver problemas para o ensino e aprendizagem de Matemática.

A proposta desse módulo, além de convidá-lo a discutir e elaborar problemas discutiremos a resolução de problemas como metodologia de ensino para o ensino de Matemática.

Para o desenvolvimento deste módulo será necessário que você esteja atento às atividades da agenda do módulo que está inicialmente disponível no Ambiente Virtual de

Aprendizagem *Moodle*. Será também necessário que você utilize recursos da *Web* para a realização de algumas atividades e atenda às orientações deste Guia de Estudo.

Organize-se para que tudo transcorra com tranquilidade e não deixe de realizar as atividades que auxiliarão a sanar dúvidas e compreender a potencialidade da Resolução de Problemas para a formação do professor de matemática.

Todas as atividades previstas são importantes e a realização das mesmas denota **presença** e compromisso com a disciplina. Lembre-se sempre que não basta conseguir pontuação (60) para aprovação. Você deve explicitar o seu compromisso e presença (participação em todas as atividades independente de serem avaliativas).

Utilizaremos neste módulo os seguintes materiais: Material didático; Ambiente Virtual de Aprendizagem *Moodle*; *Web*.

Para que as atividades sejam realizadas com tranquilidade e com êxito sugerimos que você dedique pelo menos três horas de seu tempo, distribuídas, ao longo desse módulo, entre estudo do material didático, leituras obrigatórias, pesquisa na *web* e atividades no Ambiente Virtual de Aprendizagem *Moodle*.

Teremos neste módulo, dez pontos distribuídos no processo de avaliação formativa: 2 pontos em cinco atividades. No que segue, apresentamos a Agenda do Módulo para ajudá-lo na organização de seu tempo.

ANOTAÇÕES



2.1.1 - Agenda do Módulo

Módulo 2: A resolução de problemas como uma metodologia de ensino: aspectos teóricos	ATIVIDADE	DESENVOLVIMENTO DO CONTEÚDO	AVALIAÇÃO
	Leitura do Guia de estudos	Leitura do Guia de Estudos	
	Atividade 6 – Fórum de ideias	Refletir sobre Metodologia? Ensino? Aprendizagem? Avaliação?	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 2,0 pontos
	Atividade 7 – Identificando as Etapas de Polya	Selecione um problema e destaque as fases proposta por Polya.	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 2,0 pontos
	Atividade 8 – Leitura Complementar	Leitura do artigo: Trabalhar através da Resolução de Problemas: possibilidades em dois diferentes contextos da Professora: ALLEVATO, N. S. G.	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 2,0 pontos
	Atividade 9 – Fórum de ideias	Reflexões sobre a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas.	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 2,0 pontos
	Atividade 10 – Crie um Problema	Criar um problema.	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 2,0 pontos
	Atividade 11 – Fórum de Dúvidas	Participe do Fórum de dúvidas.	

TABELA 2: AGENDA DO MÓDULO 2

2.2 - Aspectos teóricos da resolução de problemas

2.2.1 - Conceituando



ATIVIDADE 6 - FÓRUM DE IDEIAS

Neste início sugerimos que você:

1. Responda as seguintes questões:
 - a) O que é metodologia?
 - b) O que é ensino?
 - c) O que é aprendizagem?
 - d) O que é avaliação?
 - e) Como você pode associar esses termos com o ensino por meio de problemas?



2. Socialize com o grupo-classe, via Ambiente Virtual de Aprendizagem, no *Fórum de Ideias*, o que registrou, discutindo as questões que julgar mais relevantes para nosso trabalho nesta disciplina.

2.3 - A resolução de problemas na formação do professor de Matemática

Desde algum tempo é inibido nos alunos o real sentido do que é pensar, pois os professores fazem questão de preparar todos os problemas a serem apresentados com antecedência, assumindo o papel de único conhecedor da resposta, não tendo os alunos à liberdade de enfrentarem desafios, tornando-se alunos passivos a fatos e ideias, ou seja, os alunos não presenciam o processo de pensar matematicamente, e somente o professor tem o conhecimento dessa dinâmica que envolve descobertas magníficas como: soluções fascinantes, descobertas de um caminho produtivo, situações complicadas na resolução dos problemas.

Por muitas vezes, o professor de Matemática costuma pedir para o aluno resolver um exercício ou problemas, muitas vezes até influenciado pelos livros didáticos. No contexto de Educação Matemática, um problema, mesmo que simples pode provocar o gosto pelo trabalho mental, e despertar e desafiar a curiosidade do aluno para desenvolvê-lo a partir daquele problema.

Em 1962, George Polya publicou no livro “Mathematical Discovery”, um artigo que procurou transpassar o significado de problema, num sentido amplo, fazendo distinção entre o problema em si e o processo de resolução. Uma pessoa tem um problema quando procura “conscientemente certa ação apropriada para obter um objetivo claramente concebido, mas não atingível de maneira imediata”.

Neste sentido, o problema matemático pode aguçar a curiosidade do aluno e fazê-lo a se estimular com a Matemática, de modo que se interesse em resolvê-lo; o aluno através de sua criatividade se desenvolve com o aprimoramento do raciocínio e amplia o seu conhecimento na Matemática.

Segundo Dante (1999), a maioria dos problemas que são dados aos alunos são problemas, que não os desafiam. Os alunos devem ser colocados diante de problemas que os desafiem que os motivem, e que aumentam sua curiosidade em querer pensar neles e em procurar solucioná-los.

Para Dante (1999):

Problema é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta a solução. A resolução de problema exige certa dose de iniciativa, e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias. O pro-

blema é o meio pelo qual a Matemática se desenvolve, ou seja, o segredo da evolução matemática. Um problema tem seu grau de importância de acordo com a quantidade de ideias novas que ele traz a Matemática.

Segundo Onuchic (1999), problema é tudo aquilo que não sabemos solucionar e que estamos interessados em buscar a solução. Com isso, chegamos à conclusão do que pode ser problema para alguns, pode não ser para outros. Sendo assim, é necessário que maneiras diversas de se trabalhar a Resolução de Problemas sejam apresentadas. Podemos considerar, o problema sendo visto como um ponto de partida para desenvolver o processo de construção do conhecimento do aluno, ou seja, ele é o início do processo para se ensinar Matemática.

Segundo Lamonato e Passos (2011), “o(s) problema(s) é(são) convite(s) à exploração e à discussão e apresenta(m) convergência com a exploração-investigação matemática” (p. 66). Assim, para inserção dessa metodologia no processo de ensino aprendizagem é importante que o docente procure saber o que “vem a ser um problema, suas classificações e os meios para que os alunos construam atitudes de investigação diante do mesmo” (SOUZA et.al., 2013, p.2).

Segundo Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la. [...] o que é problema para um aluno pode não ser para outro, em função do seu nível de desenvolvimento intelectual e dos conhecimentos de que dispõe (BRASIL, 1998, p.33).

Para Mayer o problema é visto

como um processamento cognitivo direcionado para a transformação de uma determinada situação na busca de um objetivo quando nenhum método óbvio de solução está disponível para solucioná-lo. Só há um problema quando existe uma situação na qual o sujeito não dispõe de procedimentos automáticos que permitam solucioná-la de forma mais ou menos imediata e sem exigir, de alguma forma, um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos. A resolução de problemas tem um aspecto intencional, ou seja, é dirigida a objetivos; ela envolve mais processos cognitivos que automáticos. (1992 apud Souza et.al., 2013, p.4).

Ainda existem professores que confundem a resolução de exercícios e a resolução de problemas, ainda que se trate de atividades distintas: na resolução de exercícios, os alunos dispõem e utilizam mecanismos que os levam, de forma, de imediata, à solução, ao contrário do que acontece na resolução de problemas. Desta forma, uma mesma situação consistirá de um exercício para alguns alunos e um problema para outros, dependendo dos seus conhecimentos prévios.

Para Dante (1999), alguns motivos pelo quais se devem resolver problemas em Matemática são: fazer o aluno pensar produtivamente, desenvolver o raciocínio do aluno, ensinar o aluno a enfrentar situações novas, dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática, tornar-se as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras, equipar o aluno com estratégias para resolver problemas e dar uma boa base matemática às pessoas.

Dante (1999) aponta vários tipos de problemas, facilmente encontrados em livros didáticos, e que podem ser explorado no contexto ensino-aprendizagem com abordagem dada por Polya, bem como seus objetivos e/ou descrições, que apresentamos sob a forma de um quadro (Quadro 1).

Quadro 1 - Problemas encontrados em livros didáticos que podem ser explorados no contexto ensino-aprendizagem, com a abordagem dada por Polya.

TIPO	OBJETIVOS / DESCRIÇÃO
Exercícios de reconhecimento	Reconhecer, lembrar, identificar um conceito ou definição.
Exercícios de algoritmos	Treinar a habilidade do aluno na execução de algoritmos da adição, subtração, multiplicação ou divisão.
Problemas-padrão	Transformar a linguagem usual em linguagem matemática, identificando os algoritmos para resolvê-los.
Problemas-processo ou Heurísticos	Exigem pensamento, reflexão, elaboração de estratégias, levantamento de hipóteses e conjecturas para a resolução da situação-problema.
Problemas de aplicação	Procurar matematizar situações reais. Exigem pesquisa e levantamento de dados. São os problemas ditos tradicionais.
Problemas de quebra-cabeça	Desafiar o aluno. Esses problemas constituem a chamada Matemática Recreativa.

Problemas como os descritos no Quadro 1 são encontrados em livros didáticos de ensino fundamental, médio ou superior, assumindo a resolução de problemas como uma lista de exercícios a ser dada logo após um conteúdo trabalhado.

A partir das concepções de problemas acima, entendemos que um problema só se torna um problema, quando temos algo desafiador e motivador como objetivo a ser alcançado.

A obra de Polya “A arte de resolver problemas” é referência pioneira no sentido de explicitação de etapas para solucionar problemas, constituindo-se como o próprio autor pontua, em uma lista para o processo e solução de problema.

Tais etapas e suas arguições apresentam, em primeiro lugar, compreensão do problema, identificando o que é solicitado neste, bem como suas variáveis, possibilitando-se esquematizar ou desenhar o problema, além de fazer estimativas para solucioná-lo. Em segundo lugar, a elaboração de um plano de ação para solucionar o problema, procurando estabelecer nexos entre as variáveis do problema e o que se pretende atingir. Nessa etapa, costuma-se, a partir da linguagem usual, chegar à linguagem matemática escrita na forma de sentença matemática e, buscar analogias em outros problemas já resolvidos, como uma forma auxiliar de resolução. A terceira etapa é a da execução do plano elaborado, mediante análise de procedimentos adotados, complementando esquemas, efetuando (se necessário) cálculos, podendo, o sujeito, vislumbrar outras estratégias de resolução para o mesmo problema. Como quarta e última etapa, devem-se analisar a solução obtida a fim de rever a aprendizagem, detectando e corrigindo possíveis erros e verificando se o procedimento utilizado, possivelmente, será empregado em problemas análogos. Isto pode ser sintetizado no quadro 2.

Quadro 2 - Síntese das etapas de Polya (1978) para Resolver Problemas

Etapas	Questionamentos
Compreender o problema	<ul style="list-style-type: none"> • O que se pede no problema? • Quais os dados e as condições do problema? • É possível fazer uma figura, um esquema ou um diagrama? • É possível estimar a resposta?
Elaborar um plano	<ul style="list-style-type: none"> • Qual é o seu plano para resolver o problema? • Que estratégia você tentará desenvolver? • Você se lembra de um problema semelhante que pode ajudá-lo a resolver este? • Tente organizar os dados em tabelas e gráficos. • Tente resolver o problema por partes.

Executar o plano	<ul style="list-style-type: none">• Execute o plano elaborado, verificando passa a passo.• Efetue todos os cálculos indicados no plano.• Execute todas as estratégias pensadas, obtendo várias maneiras de resolver o mesmo problema.
Fazer o retrospecto ou verificação	<ul style="list-style-type: none">• Examine se a solução obtida está correta.• Existe outra maneira de resolver o problema?• É possível usar o método empregado para resolver problemas semelhantes?

Em Dante (1989), resolver problemas poderá alcançar os seguintes objetivos:

- Fazer o aluno pensar produtivamente;
- Desenvolver o raciocínio do aluno;
- Ensinar o aluno a enfrentar situações novas;
- Contribuir para que o aluno se envolva com aplicações da Matemática;
- Tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras;
- Equipar o aluno com estratégias para resolver problemas.

Podemos dizer que esta concepção de Resolução de Problema contribui para a aplicação de um conceito dentro do conteúdo matemático, determinando a memorização de regras e a automatização de técnicas e algoritmos \Rightarrow o saber fazer operacional do conceito \Rightarrow em oposição do saber pensar conceitual, levando a uma contra-aprendizagem matemática.

Em outras palavras, basta que o aluno conheça as estruturas dos números e das quatro operações chamadas básicas para que encontre uma solução para o problema, nem sempre se exigindo do sujeito à tomada de uma decisão e não necessitando ter a compreensão do conceito.

ATIVIDADE 7 - IDENTIFICANDO AS ETAPAS DE POLYA

Escolha um livro didático do ensino fundamental ou médio de Matemática, de qualquer série/ano. Selecione um problema e destaque as quatro fases proposta por Polya (1978).

ANOTAÇÕES



2.4. A resolução de problemas como uma metodologia de ensino de Matemática

Nessa seção a nossa proposta está em apresentar a você a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas desenvolvida no Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP).

Segundo Onuchic (1999) o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é diferente daquele em que regras de “como fazer” são privilegiadas. Ele “reflete uma tendência de reação a caracterizações passadas como um conjunto de fatos, domínio de procedimentos algorítmicos ou um conhecimento a ser obtido por rotina ou por exercício mental” (p. 203).

Trata-se de um trabalho onde um problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem, e a construção do conhecimento far-se-á através de sua resolução. Professor e alunos, juntos, desenvolvem esse trabalho e a aprendizagem se realiza de modo colaborativo em sala de aula (ALLEVATO, ONUCHIC, 2007; ONUCHIC; ALLEVATO, 2005).

A proposta atual desenvolvida no GTERP consiste em organizar as atividades seguindo as algumas etapas. Apresentamos a você essas etapas, de acordo com Allevato e Onuchic (2009, p.7 e p.8):

1) **Preparação do problema** - Selecionar um problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha ainda sido trabalhado em sala de aula.

2) **Leitura individual** - Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.

3) **Leitura em conjunto** - Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.

- Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo-lhes o problema.
- Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.

4) **Resolução do problema** - De posse do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, num trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da “matemática nova” que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.

5) **Observar e incentivar** - Nessa etapa o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de idéias entre eles.

- O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação;

passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.

6) **Registro das resoluções na lousa** ☐ Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.

7) **Plenária** - Para esta etapa são convidados todos os alunos para discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.

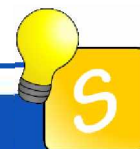
8) **Busca do consenso** - Após serem sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.

9) **Formalização do conteúdo** - Neste momento, denominado “formalização”, o professor registra na lousa uma apresentação “formal”, “organizada e estruturada em linguagem matemática” padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto.

SAIBA MAIS

Para um aprofundamento sobre metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas destacamos o seguinte texto:

- ONUCHIC, L. R. ; ALLEVATO, N. S. G. . Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. Bolema. Boletim de Educação Matemática (UNESP. Rio Claro. Impresso), v. 25, p. 73-98, 2011. Esse artigo pode ser encontrado em < <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291223514005>> (Acessado em 18/02/2014).



ATIVIDADE 8 - LEITURA COMPLEMENTAR



Para um aprofundamento sobre metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas destacamos o seguinte texto: ALLEVATO, N. S. G. **Trabalhar através da Resolução de Problemas: possibilidades em dois diferentes contextos**. Vidya (Santa Maria. Online), v. 34, p. 209-232, 2014. Esse artigo pode ser acessado em www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/article/download/26/214 (Acesso em 18 - 12- 2014).

ANOTAÇÕES



ATIVIDADE 9 - FÓRUM DE IDEIAS



Depois do estudo desse material até o momento, recomendamos e refletindo que você está terminando o curso de Licenciatura em Matemática, e cursou diferentes disciplinas, entre elas o Estágio, o convidamos a refletir e expor para todos:

- O que você está entendendo sobre a *metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas*?



2. Socialize com o grupo-classe, via Ambiente Virtual de Aprendizagem, no *Fórum de Ideias*, o que registrou, discutindo as questões que julgar mais relevantes para nosso trabalho nesta disciplina.



ATIVIDADE 10 - CRIE UM PROBLEMA

Agora chegou a sua vez de por a mão na massa. Para isso deixamos essa atividade a você:

Crie um problema para ser trabalhado com metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas e destaque as etapas usando essa metodologia e o preparo para se trabalhar essa proposta em sala de aula.

ANOTAÇÕES



ATIVIDADE 11 - FÓRUM DE DÚVIDAS

Não se trata de uma atividade avaliativa, mas um espaço para discussão sobre as atividades propostas e suas indagações a respeito desse **módulo** e que serão muito importantes para o acompanhamento do próximo.



2.5 - REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G. Trabalhar através da Resolução de Problemas: possibilidades em dois diferentes contextos. **Vidya** (Santa Maria. Online), v. 34, p. 209-232, 2014.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. . Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, v. 55, p. 133-154, 2009.

BRASIL. MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** [1º, 2º, 3º e 4º ciclos, Ensino Médio: Matemática. Brasília, 1997, 1998, 1999.

DANTE, L.R. Didática da Resolução de Problemas de Matemática, 12 ed. São Paulo: Editora Ática, 1999. 176p.

LAMONATO, M.; PASSOS, C. L. B. Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática. *Zetetiké - FE/Unicamp* - v. 19, n. 36 - 2011

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS MATHEMATICS. An Agenda for Action. Reston: NCTM, 1980.

_____.Curriculum and EVALUATION STANDARDS FOR SCHOOL MATHEMATICS. Reston: NCTM, 1989.

_____.Setting Research Agenda. Reston: NCTM,1991

_____.Assessment Standards for School Mathematics. Reston: NCTM,1995.

_____.Principles and Standards for School Mathematics, Reston: NCTM, 2000.

MORAIS, R. S.; ONUCHIC, L. R. . **Um abordagem histórica da Resolução de Problemas.** In: Onuchic, Lourdes de la Rosa; Allevato, N. S.; Noguti, F. C.; Justulin, A. M.. (Org.). *Resolução de Problemas - Teoria e Prática.* 1ªed.Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2014, v. 1, p. 17-34.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. IN: BICUDO, M. A. V. *Pesquisa em Educação Matemática.* São Paulo: Editora UNESP, 1999. cap12, p.199 [220.

ONUCHIC, L.R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). *Educação Matemática - pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, 2004. p 213-231.

_____. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**. Boletim de Educação Matemática (UNESP. Rio Claro. Impresso), v. 25, p. 73-98, 2011.

POLYA, George. *A arte de Resolver Problemas*. Tradução. Heitor Lisboa de Araújo. Inter-ciência, 1978. 179p.

ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista** Eletrônica de Educação. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p.299-311, mai. 2012. Disponível em <http://www.reveduc.ufscar.br>.

SOUZA, A. B.; SANTOS, L.C.; VIANA, O.A. Processos cognitivos e a solução de problemas no contexto das aulas de matemática do ensino fundamental. Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba, 2013. **Anais...** Curitiba,

SCHROEDER, T.L.; LESTER Jr, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P.R.; SHULTE, A. P. (eds.) **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston, VA: NCTM, 1989. p. 31-42.

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (ed.). **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving**. Virginia: Laurence Erlbaum Associates, 1989. p. 1-23.

MÓDULO 3

A Resolução de Problemas por meio das heurísticas de Polya

“Viver é resolver problemas. A evolução da espécie humana está identificada com a resolução de problemas, a partir do problema fundamental e indispensável, que é manter a vida. É próprio do ser humano identificar uma situação/problema, e procurar uma solução. A evolução da espécie humana está identificada com a superação dos desafios para sobreviver e para transcender, em espaço e tempo”.
(Ubiratan D’Ambrósio, 2008) .

3.1- Introdução

3.1.1- Agenda do módulo.

3.2 - Aspectos teóricos da resolução de problemas por meio das fases de Polya.

3.2.1 - Conceituando

3.3 - Uma breve biografia de George Polya.

3.4 - Trabalhando as fases de Polya para resolução de problemas.

3.5 - Problemas

3.6 - Respostas

3.7 - Referências

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS POR MEIO DAS HEURÍSTICAS DE POLYA

3.1 - Introdução

Neste guia de estudo em que trataremos sobre o Ensino de Matemática por meio de Problemas é salutar informá-los que estaremos totalmente nos baseando nos artigos, dissertações, teses e livros publicados pelo Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), além do site da Olimpíada Brasileira de Matemática.

Esse grupo tem registrado que a partir de 1989 iniciou as suas reuniões discutindo e elaborando inferências no ensino de Matemática via a Resolução de Problemas para a sala de aula e tudo que foi publicado pelos seus membros retratam essas experiências.

Esse grupo é orientado pela professora Lourdes de La Rosa Onuchic que desde 1989 quando iniciou suas reuniões vem discutindo e elaborando inferências no ensino de Matemática via a Resolução de Problemas para a sala de aula e tudo que foi publicado pelos seus membros retratam essas experiências. Os membros desse grupo são alunos e ex alunos de mestrado, doutorado e professores de Matemática da região de Rio Claro.

O GTERP está abrigado nas dependências do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP - Campus de Rio Claro localizado no estado de São Paulo.

As Olimpíadas de Matemática, nos moldes atuais, são disputadas desde 1894, quando foram organizadas competições na Hungria. Com o passar dos anos, competições similares foram se espalhando pelo leste europeu, culminando, em 1959, com a organização da 1ª Olimpíada Internacional de Matemática, na Romênia, com a participação de países daquela região.

A Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) organizou em 1979 a 1ª Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM). Ao longo destes anos, a OBM passou por diversas mudanças em seu formato, mantendo a ideia central que é a de estimular o estudo da Matemática pelos alunos, desenvolver e aperfeiçoar a capacitação dos professores, influenciar na melhoria do ensino, além de descobrir jovens talentos.

Nesta disciplina, O Ensino de Matemática por meio de Problemas, tem como objetivo:

- Capacitar o futuro professor para o exercício de uma importante metodologia de ensino da Matemática, “*o ensino através de problemas*”, tornando-o um

agente crítico quanto ao uso desta metodologia.

- Habilitar o aluno a formular, discutir e resolver problemas para o ensino e aprendizagem de Matemática.

A proposta desse módulo, além de convidá-lo a discutir e elaborar problemas discutiremos e você irá resolver alguns problemas.

Para o desenvolvimento deste módulo será necessário que você esteja atento às atividades da agenda do módulo que está inicialmente disponível no Ambiente Virtual de Aprendizagem *Moodle*. Será também necessário que você utilize recursos da *Web* para a realização de algumas atividades e atenda às orientações deste Guia de Estudo.

Organize-se para que tudo transcorra com tranquilidade e não deixe de realizar as atividades que auxiliarão a sanar dúvidas e compreender a potencialidade da Resolução de Problemas para a formação do professor de matemática.

Todas as atividades previstas são importantes e a realização das mesmas denota **presença** e compromisso com a disciplina. Lembre-se sempre que não basta conseguir pontuação (60) para aprovação. Você deve explicitar o seu compromisso e presença (participação em todas as atividades independente de serem avaliativas).

Utilizaremos neste módulo os seguintes materiais: Material didático; Ambiente Virtual de Aprendizagem *Moodle*; *Web*.

Para que as atividades sejam realizadas com tranquilidade e com êxito sugerimos que você dedique pelo menos três horas de seu tempo, distribuídas, ao longo desse módulo, entre estudo do material didático, leituras obrigatórias, pesquisa na *web* e atividades no Ambiente Virtual de Aprendizagem *Moodle*.

Teremos neste módulo, dez pontos atribuídos no processo de avaliação formativa. No que segue, apresentamos a Agenda do Módulo para ajudá-lo na organização de seu tempo.

3.1.1- Agenda do Módulo

Módulo 3: A resolução de problemas por meio das heurísticas.	ATIVIDADE	DESENVOLVIMENTO DO CONTEÚDO	AVALIAÇÃO
	Leitura do Guia de estudos	Leitura do Guia de Estudos	
	Atividade 12 – Fórum de ideias	Refletir sobre Heurística?	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 2,0 pontos
	Atividade 13 – Vídeo Básico	Biografia de Polya.	Essa atividade não será avaliada.
	Atividade 14 – Vídeo Básico	As fases da resolução de problemas de Polya	Essa atividade não será avaliada.
	Atividade 15 – Vídeo Básico	Resolução de problemas matemáticos	Essa atividade não será avaliada.
	Atividade 16 – Resolva	Resolver os problemas propostos usando as fases de Polya.	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 8,0 pontos
	Atividade 17 – Fórum de Dúvidas	Participe do Fórum de dúvidas.	

TABELA 3: AGENDA DO MÓDULO 3

3.2 – Aspectos teóricos da resolução de problemas por meio das fases de polya

3.2.1 - Conceituando



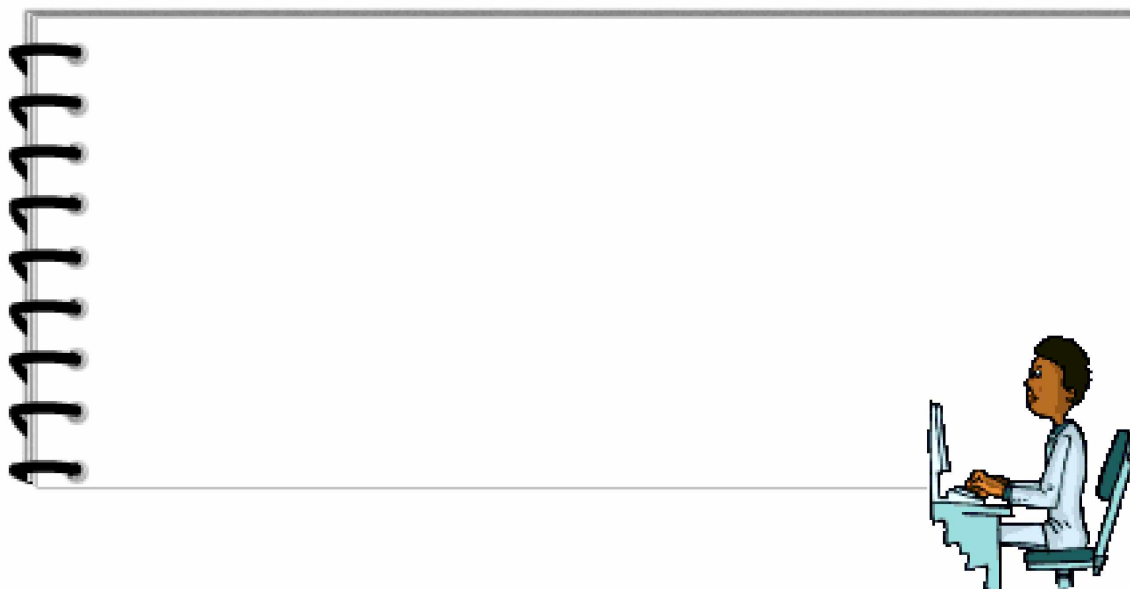
ATIVIDADE 12 - FÓRUM DE IDEIAS

Neste início sugerimos que você:

2. Responda a seguinte questão;

- O que é heurística?
- O que representa a heurística no trabalho desenvolvido de Polya?

ANOTAÇÕES



3. Socialize com o grupo-classe, via Ambiente Virtual de Aprendizagem, no Fórum de Ideias, o que registrou, discutindo as questões que julgar mais relevantes para nosso trabalho nesta disciplina.

3.3 - Uma breve biografia de George Polya



Figura: Imagem de Polya

George Polya nasceu em Budapeste, Hungria, em dezembro de 1887 em uma família judaica de origem polaca. No ensino secundário, teve um bom desempenho, apesar de se sentir pouco a vontade com o ensino baseado em memorização, prática considerada por Polya, sem utilidade e monótona.

Em 1905 licenciou-se entre os quatro melhores alunos de sua turma o que proporcionou uma bolsa de estudos na universidade de Budapeste. Da mesma forma que seu pai, ingressou no curso de Direito, porém, desistiu do curso passando a cursar Línguas e Literatura. Posteriormente teve seu interesse despertado por Latim, Física, Filosofia e finalmente por Matemática tendo, em 1912, concluído o seu doutoramento. Em 1913 foi para Paris com objetivo de trabalhar no seu pós-doutoramento.

Em 1914 assumiu um cargo na Universidade de Zurique, neste mesmo ano foi convocado pela Hungria para prestar serviço militar, mas recusou-se a ir para a guerra e com medo de ser preso, retornou a sua pátria somente após a segunda guerra mundial.

Em 1940, decidiu ir para os Estados Unidos aceitando um cargo na universidade de Stanford, onde permaneceu até aposentar-se em 1953 mas, continuou trabalhando ativamente até sua morte em 1985.

ATIVIDADE 13 - VÍDEO SOBRE UMA BIOGRAFIA DE POLYA



Esse vídeo reproduz o que foi apresentado acima mostrando alguns detalhes a mais além de mostrar a imagem de Polya em diferentes fases de sua vida. Assista a esse vídeo através do link <https://youtu.be/irjnpkf8DLI> (Acessado em 15 de junho de 2014).

ANOTAÇÕES



3.4 - Trabalhando as fases de polya para resolução de problemas

Nessa seção relembramos o que foi estudado no módulo anterior desse texto, através das etapas de resolução de problemas de Polya. Na sequência apresentamos um vídeo onde um professor apresenta a resolução de vários problemas usando estas estratégias e por fim, deixamos uma lista de problemas todos baseados na olimpíada de matemática para que você possa treinar esse método de resolução.

A obra de Polya “A arte de resolver problemas” é referência pioneira no sentido de explicitação de etapas para solucionar problemas, constituindo-se como o próprio autor pontua, em uma lista para o processo e solução de problema.

ATIVIDADE 14 - VÍDEO SOBRE AS FASES PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE POLYA



Apesar de esse vídeo estar em espanhol, a proposta está em ilustrar de forma teórica as fases de Polya para resolver problemas. Assista a esse vídeo através do link <https://youtu.be/2Y4NCmmOfIA> (Acessado em 15 de junho de 2014).

ANOTAÇÕES

Agora passamos a descrever tais etapas e suas arguições apresentam, em primeiro lugar, **compreensão do problema**, identificando o que é solicitado neste, bem como suas variáveis, possibilitando-se esquematizar ou desenhar o problema, além de fazer esti-

mativas para solucioná-lo.

Em segundo lugar, a **elaboração de um plano** de ação para solucionar o problema, procurando estabelecer nexos entre as variáveis do problema e o que se pretende atingir. Nessa etapa, costuma-se, a partir da linguagem usual, chegar à linguagem matemática escrita na forma de sentença matemática e, buscar analogias em outros problemas já resolvidos, como uma forma auxiliar de resolução.

A terceira etapa é a da **execução do plano** elaborado, mediante análise de procedimentos adotados, complementando esquemas, efetuando (se necessário) cálculos, podendo, o sujeito, vislumbrar outras estratégias de resolução para o mesmo problema.

Como quarta e última etapa, devem-se **analisar a solução** obtida a fim de rever a aprendizagem, detectando e corrigindo possíveis erros e verificando se o procedimento utilizado, possivelmente, será empregado em problemas análogos. Isto pode ser sintetizado no quadro 1.

Quadro 1 - Síntese das etapas de Polya (1978) para Resolver Problemas

Etapas	Questionamentos
Compreender o problema	<ul style="list-style-type: none">• O que se pede no problema?• Quais os dados e as condições do problema?• É possível fazer uma figura, um esquema ou um diagrama?• É possível estimar a resposta?
Elaborar um plano	<ul style="list-style-type: none">• Qual é o seu plano para resolver o problema?• Que estratégia você tentará desenvolver?• Você se lembra de um problema semelhante que pode ajudá-lo a resolver este?• Tente organizar os dados em tabelas e gráficos.• Tente resolver o problema por partes.
Executar o plano	<ul style="list-style-type: none">• Execute o plano elaborado, verificando passo a passo.• Efetue todos os cálculos indicados no plano.• Execute todas as estratégias pensadas, obtendo várias maneiras de resolver o mesmo problema.

Fazer o retrospecto ou verificação

- Examine se a solução obtida está correta.
- Existe outra maneira de resolver o problema?
- É possível usar o método empregado para resolver problemas semelhantes?

ATIVIDADE 15 - VÍDEO SOBRE ETAPAS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS



A proposta do vídeo que segue está em apresentar a você o uso dessas fases de Polya para resolver problemas. No vídeo é indicada outra etapa que é colocar a resposta. A motivação desse vídeo está em fazer com que você perceba através de problemas simples o uso das etapas descrito por Polya. Assista a esse vídeo através do link [https://](https://youtu.be/-xwGefuvTS4)

ANOTAÇÕES



3.5 - Problemas

youtu.be/-xwGefuvTS4 (Acessado em 15 de junho de 2014)

Nessa seção você está sendo convidado para treinar as fases de Polya. Procure resolver os problemas propostos destacando as quatro fases de Polya. Salientamos que os problemas aqui propostos foram retirados do site da Olimpíada Brasileira de Matemática.

1. Áurea faz de moto, com velocidade constante, o trajeto que liga o terminal de ônibus A ao terminal B, seguindo a linha regular de ônibus que liga os dois

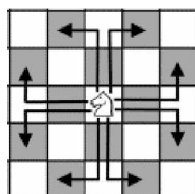
terminais. Ela partiu do terminal A em direção ao outro e percebeu que a cada 3 minutos passava por um ponto de ônibus. Ela levou 45 minutos para chegar no terminal B. Sabe-se que a distância entre o terminal e o ponto de ônibus mais próximo a ele ou entre dois pontos consecutivos é 2 km. Qual é a distância entre os dois terminais?

2. Na adição a seguir de três números de quatro algarismos cada um, as diferentes letras representam diferentes algarismos. Qual é o número ZYX?

$$\begin{array}{r} X X X X \\ + Y Y Y Y \\ \hline Z Z Z Z \\ \hline Y X X X Z \end{array}$$

3. Um triângulo equilátero tem o mesmo perímetro que um hexágono regular, cuja área é 240 cm². Qual é a área do triângulo, em cm²?
4. Jade quer cortar uma folha retangular de papel de 24 cm por 13 cm em quadrados menores, não necessariamente do mesmo tamanho. No mínimo, quantos quadrados ela irá obter?
5. Colocando apenas parênteses, tantos quantos necessários, mas usando apenas as adições e subtrações já indicadas, podemos fazer com que a expressão $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10$ represente o maior número possível. Qual é este número?
6. Na escola de Esmeralda, neste ano, o aumento do número de alunos em relação ao ano passado foi de 10% para os meninos e 20 % para as meninas. Há atualmente 230 alunos, exatamente 30 a mais do que no ano passado. Quantas meninas há na escola?
7. João gosta de verificar propriedades do jogo de xadrez em um tabuleiro 5 × 5. Num de seus experimentos, João coloca um cavalo na casa inferior esquerda do tabuleiro 5 × 5. Qual o número mínimo de movimentos do cavalo para que ele possa chegar a qualquer casa do tabuleiro 5 × 5?

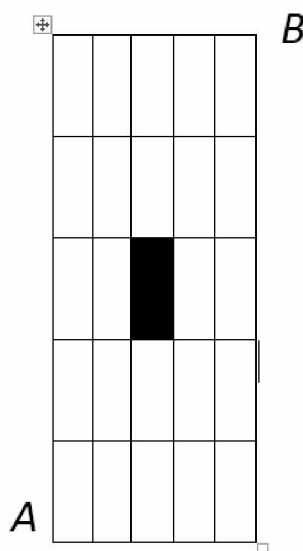
Observação: O cavalo movimenta-se em L, isto é, anda duas casas em uma direção e, logo em seguida, uma casa na direção perpendicular, como ilustrado na figura abaixo:



8. Dados os reais não-nulos a e b , sabe-se que: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a-4}{2012}$ e $\frac{b}{a} = 4024$.

Qual o valor de $a - b$?

9. Zoroastro escreveu os números $1, 2, \dots, 100$ em um quadro negro. Ele irá executar algumas operações que reduzirão a quantidade de números até que reste apenas um único número no quadro. A primeira operação consiste em escolher dois números quaisquer a e b e trocá-los por $a + b - 1$. A segunda operação consiste em novamente escolher dois números quaisquer a e b e trocá-los por $a + b - 2$. Em geral, depois de executar k operações, a nova operação será escolher dois números quaisquer a e b e substituí-los por $a + b - (k + 1)$. Determine qual o número que restará no final.
10. Qual o menor valor de n para que um polígono com n lados tenha a soma de seus ângulos internos maiores que 2012 graus?
11. Uma formiga deve caminhar ao longo das linhas pretas do desenho abaixo do vértice A até o vértice B deslocando-se apenas um quadradinho para a direita ou para cima. Sabendo que a formiga não pode passar pelos vértices do quadrado preto, determine o número de caminhos diferentes que a formiga pode



percorrer.

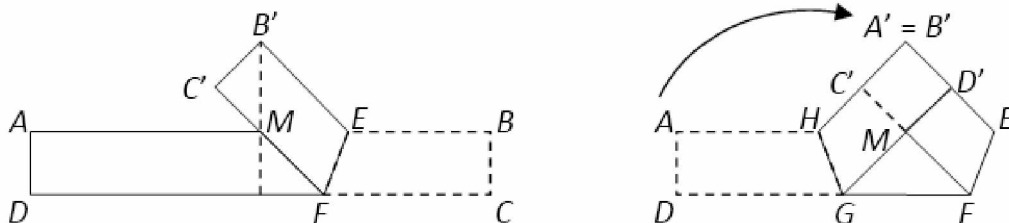
12. Arnaldo pensou em um número de quatro dígitos e desafiou Bernardo a descobrir qual era o número. Para tanto, passou as seguintes três dicas para Bernardo, sendo que exatamente uma das dicas é falsa.

- Dica 1: O número é um cubo perfeito;
- Dica 2: O número é o menor número de quatro dígitos que possui quatro divisores positivos;
- Dica 3: O número é múltiplo de 59.

Qual o número pensado por Arnaldo?

13. Sendo a, b, c reais tais que $ab(a + b + c) = 1001$, $bc(a + b + c) = 2002$ e $ca(a + b + c) = 3003$, encontre abc .

14. Uma tira retangular de papel $ABCD$ é dobrada ao longo das linhas EF e HG de forma tal que os vértices A e B são levados para um mesmo ponto A' da mediatriz do segmento AB e o ângulo $HA'E$ é reto. Obtém-se assim o pentágono $A'EFGH$.



Sabe-se que as bordas inferiores da tira (segmentos FC' e GD' na figura) se cortam no ponto médio M do lado AB . O lado menor da tira mede 1 e a medida do lado maior mede $a + \sqrt{b}$, com a e b inteiros positivos. Quanto é $a + b$?

15. Os dois menores números primos da forma $n^2 + 5$ são $6^2 + 5 = 41$ e $12^2 + 5 = 149$. Qual é o terceiro menor primo dessa forma?

16. Dois círculos se cortam em dois pontos A e B . Seja X um ponto sobre o segmento AB . Dez retas, todas passando por X , cortam os círculos em um total de quarenta pontos, quatro para cada reta. Qual é a quantidade mínima de quadriláteros cíclicos cujos quatro vértices estão entre esses quarenta pontos?

Obs: um quadrilátero é cíclico se, e somente se, existe um círculo que passa por seus quatro vértices.

3.6 - RESPOSTAS

Problemas	Respostas
1	30
2	819
3	160
4	9
5	45
6	120
7	4
8	8
9	100
10	14
11	52 ou 0
12	1003
13	0546
14	12
15	1301
16	9780

ATIVIDADE 16 - RESOLVA

Dos problemas propostos, entregue 8 deixando claro as etapas de Polya para a resolução de problemas.



SAIBA MAIS

Para saber mais sobre a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas acesse: <http://www.obmep.org.br/> (Acessado em 18/02/2014).





ATIVIDADE 17 - FÓRUM DE DÚVIDAS

Não se trata de uma atividade avaliativa, mas um espaço para discussão sobre as atividades propostas e suas indagações a respeito desse **módulo** e que serão muito importantes para o acompanhamento do próximo.



3.7 - REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G. Trabalhar através da Resolução de Problemas: possibilidades em dois diferentes contextos. **Vidya** (Santa Maria. Online), v. 34, p. 209-232, 2014.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. . Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, v. 55, p. 133-154, 2009.

BRASIL. MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** [1º, 2º, 3º e 4º ciclos, Ensino Médio: Matemática. Brasília, 1997, 1998, 1999.

D'AMBRÓSIO, U. Algumas reflexões sobre resolução de problemas. In: **Seminário em resolução de problemas, I**, 2008, Rio Claro. Rio Claro: UNESP, 2008

DANTE, L.R. Didática da Resolução de Problemas de Matemática, 12 ed. São Paulo: Editora Ática, 1999. 176p.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciências, 1945.

MÓDULO 4

A Resolução de problemas como uma Metodologia de Ensino de Matemática

“Viver é resolver problemas”.

(Ubiratan D’Ambrósio, 2008)

4.1- Introdução.

4.1.1- Agenda do módulo.

4.2 - A resolução de problemas como uma metodologia de ensino de matemática.

4.3 - Referências.

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO UMA METODOLOGIA DE ENSINO DE MATEMÁTICA

4.1 - Introdução

Neste guia de estudo em que trataremos sobre o Ensino de Matemática por meio de Problemas é salutar informá-los que estaremos totalmente nos baseando nos artigos, dissertações, teses e livros publicados pelo Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP).

Esse grupo tem registrado que a partir de 1989 iniciou as suas reuniões discutindo e elaborando inferências no ensino de Matemática via a Resolução de Problemas para a sala de aula e tudo que foi publicado pelos seus membros retratam essas experiências.

Esse grupo é orientado pela professora Lourdes de La Rosa Onuchic que desde 1989 quando iniciou suas reuniões vem discutindo e elaborando inferências no ensino de Matemática via a Resolução de Problemas para a sala de aula e tudo que foi publicado pelos seus membros retratam essas experiências. Os membros desse grupo são alunos e ex alunos de mestrado, doutorado e professores de Matemática da região de Rio Claro.

O GTERP está abrigado nas dependências do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP - Campus de Rio Claro localizado no estado de São Paulo.

Nesta disciplina, O Ensino de Matemática por meio de Problemas, tem como objetivo:

- Capacitar o futuro professor para o exercício de uma importante metodologia de ensino da Matemática, *“o ensino através de problemas”*, tornando-o um agente crítico quanto ao uso desta metodologia.
- Habilitar o aluno a formular, discutir e resolver problemas para o ensino e aprendizagem de Matemática.

A proposta desse módulo, além de convidá-lo a discutir e elaborar problemas discutiremos e você irá resolver alguns problemas.

Para o desenvolvimento deste módulo será necessário que você esteja atento às atividades da agenda do módulo que está inicialmente disponível no Ambiente Virtual de Aprendizagem *Moodle*. Será também necessário que você utilize recursos da *Web* para a realização de algumas atividades e atenda às orientações deste Guia de Estudo.

Organize-se para que tudo transcorra com tranquilidade e não deixe de realizar as ativi-

dades que auxiliarão a sanar dúvidas e compreender a potencialidade da Resolução de Problemas para a formação do professor de matemática.

Todas as atividades previstas são importantes e a realização das mesmas denota **presença** e compromisso com a disciplina. Lembre-se sempre que não basta conseguir pontuação (60) para aprovação. Você deve explicitar o seu compromisso e presença (participação em todas as atividades independente de serem avaliativas).

Utilizaremos neste módulo os seguintes materiais: Material didático; Ambiente Virtual de Aprendizagem *Moodle*; *Web*.

Para que as atividades sejam realizadas com tranquilidade e com êxito sugerimos que você dedique pelo menos três horas de seu tempo, distribuídas, ao longo desse módulo, entre estudo do material didático, leituras obrigatórias, pesquisa na *web* e atividades no Ambiente Virtual de Aprendizagem *Moodle*.

Teremos neste módulo, dez pontos atribuídos no processo de avaliação formativa. No que segue, apresentamos a Agenda do Módulo para ajudá-lo na organização de seu tempo.

4.1.1- Agenda do Módulo

Módulo 4: A resolução de problemas como uma metodologia de ensino de matemática.	ATIVIDADE	DESENVOLVIMENTO DO CONTEÚDO	AVALIAÇÃO
	Leitura do Guia de estudos	Leitura do Guia de Estudos	
	Atividade 18 – Leitura Complementar	Leitura de Artigo	Essa atividade não será avaliada
	Atividade 19 – Fórum de Ideias	Discussões	Essa atividade não será avaliada.
	Atividade 20 – Tarefa	Entrega de Atividade	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 2,0 pontos
	Atividade 21 – Fórum de Ideias	Discussões	Essa atividade não será avaliada.
	Atividade 22 – Leitura Complementar	Leitura de Dissertação	Essa atividade não será avaliada.
	Atividade 23 – Problema do E	Resolva o Problema do E	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 2,0 pontos
	Atividade 24 – Elabore Problemas	Criar problemas	Atividade de Avaliação Formativa no AVA: 6,0 pontos
	Atividade 25 – Fórum de Dúvidas	Participe do Fórum de dúvidas.	

TABELA 4: AGENDA DO MÓDULO 4

4.2- A Resolução de problemas como uma Metodologia de Ensino de Matemática

Nessa seção a nossa proposta está em apresentar a você a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas desenvolvida no Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP).

Segundo Onuchic (1999) o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é diferente daquele em que regras de “como fazer” são privilegiadas. Ele “reflete uma tendência de reação a caracterizações passadas como um conjunto de fatos, domínio de procedimentos algorítmicos ou um conhecimento a ser obtido por rotina ou por exercício mental” (p. 203).

Trata-se de um trabalho onde um problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem, e a construção do conhecimento far-se-á através de sua resolução. Professor e alunos, juntos, desenvolvem esse trabalho e a aprendizagem se realiza de modo colaborativo em sala de aula (ALLEVATO, ONUCHIC, 2007; ONUCHIC; ALLEVATO, 2005).

A proposta atual desenvolvida no GTERP consiste em organizar as atividades seguindo as algumas etapas. Apresentamos a você essas **etapas**, de acordo com Allevato e Onuchic (2009, p.7 e p.8):

- 1) **Preparação do problema** - Selecionar um problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha ainda sido trabalhado em sala de aula.
 - 2) **Leitura individual** - Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
 - 3) **Leitura em conjunto** - Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.
- Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo-lhes o problema.
 - Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.

4) **Resolução do problema** - De posse do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, num trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da “matemática nova” que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.

5) **Observar e incentivar** - Nessa etapa o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de idéias entre eles.

- O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.

6) **Registro das resoluções na lousa** - Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.

7) **Plenária** - Para esta etapa são convidados todos os alunos para discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva

de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.

8) **Busca do consenso** ☐ Após serem sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.

9) **Formalização do conteúdo** - Neste momento, denominado “formalização”, o professor registra na lousa uma apresentação “formal” “organizada e estruturada em linguagem matemática” padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto.

ANOTAÇÕES



ATIVIDADE 18 - LEITURA COMPLEMENTAR



Nessa atividade temos um texto para um aprofundamento sobre metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas.

Para isso deixamos a você esse artigo onde discutirá essa abordagem e detalhes: ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. . **Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas**. Boletim GEPEM, v. 55, p. 133-154, 2009.

Desse artigo pedimos que você estude a seção: “Uma aplicação da metodologia”.

Esse artigo pode ser acessado no seguinte link: <http://www.ufrj.br/SEER/index.php?jou>

rnal=gepem&page=article&op=view&path%5B%5D=54&path%5B%5D=87 (Acesso em
18 - 12- 2014).

ANOTAÇÕES



ATIVIDADE 19 - FÓRUM DE IDEIAS

Depois do estudo do artigo proposto na atividade anterior, pedimos que você:

Discuta **as etapas** propostas em Allevato e Onuchic (2009) sobre a forma de se trabalhar a resolução de problemas em sala de aula.

ANOTAÇÕES



2. Socialize com o grupo-classe, via Ambiente Virtual de Aprendizagem, no *Fórum de Ideias*, o que registrou, discutindo as questões que julgar mais relevantes para nosso trabalho nesta disciplina.

ATIVIDADE 20 - TAREFA

Depois de estudar (Atividade 18) e discutir (Atividade 19) a seção “**Uma aplicação da metodologia**” do artigo: ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. . **Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas**. Boletim GEPEM, v. 55, p. 133-154, 2009. Você deverá entregar por escrito um texto discutindo as etapas apresentadas em Allevato e Onuchic (2009) sobre a forma de se trabalhar a resolução de problemas em sala de aula.

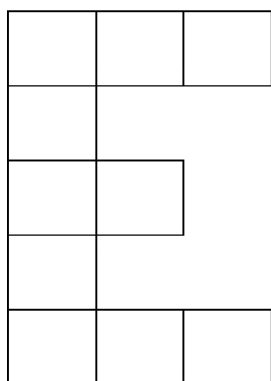


ATIVIDADE 21 - FÓRUM DE IDEIAS

A proposta desse fórum está no discutir as potencialidades do **Problema do E¹** para o ensino de matemática e trabalha-lo em sala de aula usando as propostas apresentadas em Allevato e Onuchic (2009).

Resolva o Problema do E:

A letra E, na figura abaixo, é formada por dez unidades quadradas. Corte essa figura em quatro partes que possam ser rearranjadas formando um quadrado.



¹ Esse problema foi publicado na “Revista de Educação Matemática” - SBEM/SP, ano 8, N° 8, 2003 – p. 28.

1 - Responda:

1. Que conteúdos de matemática podem ser trabalhados com esse problema?
2. Para que séries na escola esse problema pode ser trabalhado?
3. Discuta a forma que você usaria esse problema em sala de aula usando as etapas discutidas em Allevato e Onuchic (2009).



2. Socialize com o grupo-classe, via Ambiente Virtual de Aprendizagem, no *Fórum de Ideias*, o que registrou, discutindo as questões que julgar mais relevantes para nosso trabalho nesta disciplina.

ATIVIDADE 22 - LEITURA COMPLEMENTAR



Nessa atividade temos uma dissertação de mestrado. Nela você irá ter um melhor aprofundamento sobre metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas.

Para isso deixamos a você esse artigo onde discutirá essa abordagem e detalhes: HUANCÁ, R. R. H. **A resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem-avaliação de matemática na e além da sala de aula**. Dissertação (Mestrado) [UNESP, Rio Claro, 2006].

Dessa dissertação pedimos que você estude o Capítulo 6.2 em especial o problema 1, onde é discutida uma aplicação do **Problema do E**.

Essa dissertação pode ser acessada no seguinte link: http://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91004/huamanhuanca_rr_me_rcla.pdf?sequence=1&isAllowed=y (Acesso em 18 - 12- 2014).

ANOTAÇÕES

**ATIVIDADE 23- RESOLVA O PROBLEMA DO E.**

Depois de discutir (Atividade 21) e estudar uma resolução (Atividade 22) do **Problema do E**. Você deverá entregar por escrito um texto discutindo as etapas apresentadas em Allevato e Onuchic (2009) sobre a forma de se trabalhar a resolução de problemas em sala de aula e o **Problema do E**.

ANOTAÇÕES

**SAIBA MAIS**

Para um aprofundamento sobre metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas. Recomendamos a você o estudo do livro:

- Onuchic, Lourdes de la Rosa; Allevato, N. S.; Noguti, F. C.; Justulin, A. M.. (Org.). Resolução de Problemas - Teoria e Prática. 1ªed.Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2014, v. 1, p. 17-34

ATIVIDADE 24- ELABORE PROBLEMAS

Agora chegou a sua vez de elaborar **dois problemas** e mostre-os explorando a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas proposto em Allevato e Onuchic (2009).

ANOTAÇÕES



ATIVIDADE 25 - FÓRUM DE DÚVIDAS

Não se trata de uma atividade avaliativa, mas um espaço para discussão sobre as atividades propostas e suas indagações a respeito desse **módulo** e que serão muito importantes para o acompanhamento do próximo.





4.3 - REFERÊNCIAS

BRASIL. MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** - 1º, 2º, 3º e 4º ciclos, Ensino Médio: Matemática. Brasília, 1997, 1998, 1999.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. . Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, v. 55, p. 133-154, 2009.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. IN: BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. cap12, p.199 - 220.

ONUCHIC, L.R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação Matemática** - pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p 213-231.

_____. Noguti, F. C.; Justulin, A. M.. (Org.). **Resolução de Problemas - Teoria e Prática**. 1ªed.Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2014, v. 1, p. 17-34.

_____. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**. Boletim de Educação Matemática (UNESP. Rio Claro. Impresso), v. 25, p. 73-98, 2011.